

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2024-2025

Prova scritta in aula del 18.10.2024

Parte II - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità B , M_B .

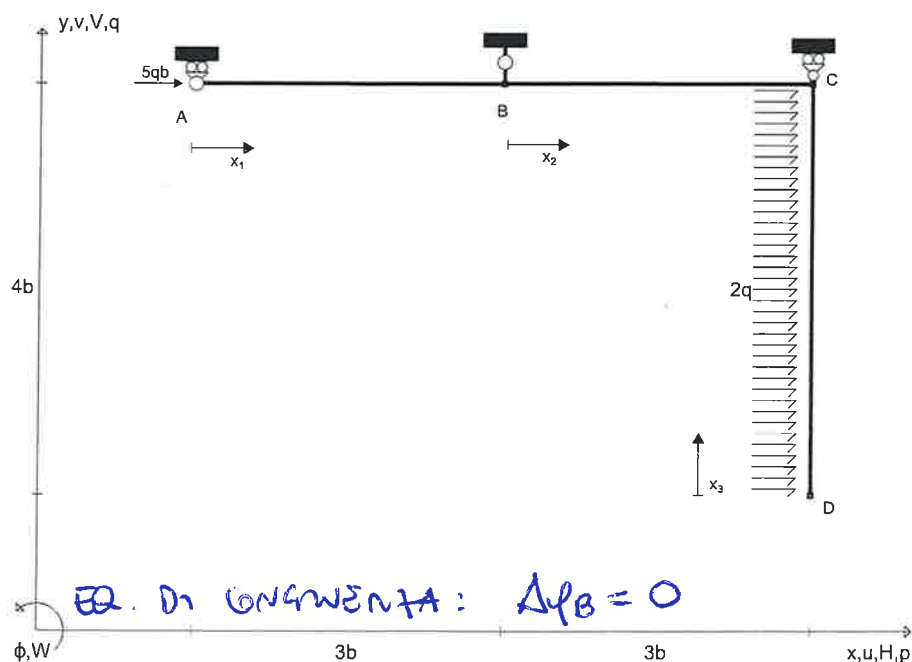
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto A , φ_A .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 18.10.24*001



Esercizio n. 2 (7 punti)

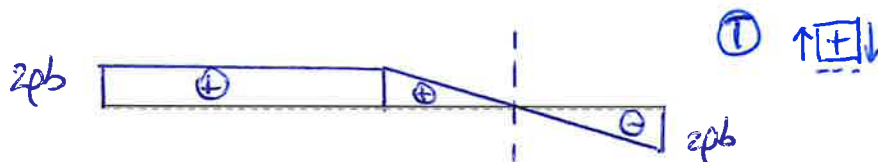
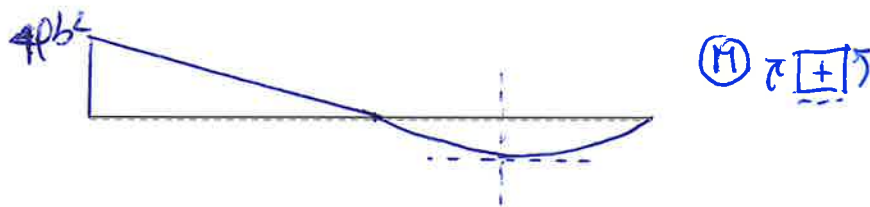
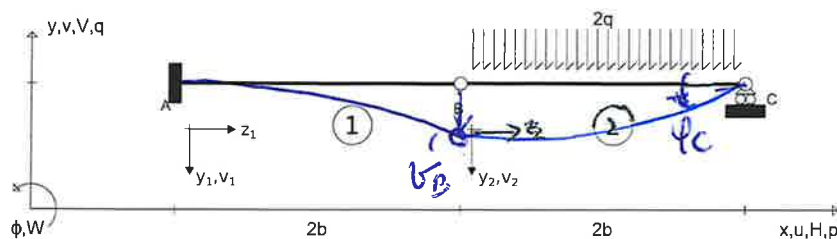
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A , B e C .

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. La rotazione del punto C , φ_C ;
4. Lo spostamento verticale del punto B , v_B .

Università di Cagliari

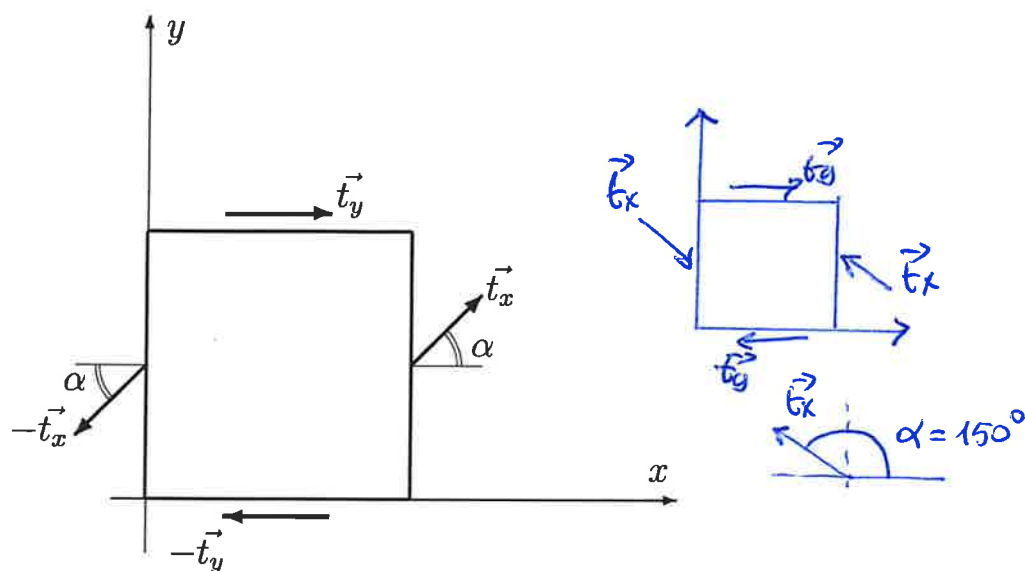
SdC_SdA 18.10.24*001



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 0; & V_A (\uparrow) &= 2qb; & M_A (\curvearrowright) &= 4qb^2; & V_C (\uparrow) &= 2qb; \\
 N_{AB} &= //; & T_{AB} &= 2qb; & M_{AB} &= -4qb^2 + 2qbz_1; \\
 N_{BC} &= //; & T_{BC} &= 2qb - 2qz_2; & M_{BC} &= 2qbz_2 - qz_2^2; \\
 \text{c.c in A} &= v_1(z_1=0)=0; & v_1'(z_1=0) &= 0; & \text{c.c in B} &= v_1(z_1=2b) = v_2(z_2=0); \\
 & & \text{c.c in C} &= v_2(z_2=2b) = 0; \\
 v_1(z_1) &= \frac{1}{EI} (2qb^2z_1^2 - \frac{1}{3}qbz_1^3); & v_1'(z_1) &= \frac{1}{EI} (4qb^2z_1 - qbz_1^2); \\
 v_2(z_2) &= \frac{1}{EI} (-\frac{1}{3}qbz_2^3 + \frac{1}{2}qz_2^4 - 2qb^2z_2 + \frac{16}{3}qb^3); & v_2'(z_2) &= \frac{1}{EI} (-qbz_2^2 + \frac{1}{3}qz_2^3 - 2qb^2); \\
 v_B &= \frac{16qb^4}{3EI} (\downarrow); & \varphi_C &= -\frac{10qb^3}{3EI} (\downarrow);
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

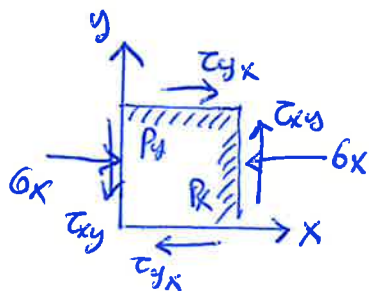
Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 150^\circ$ (sicché: $\sin \alpha = \frac{1}{2}$; $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 40$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale* (ma di verso non specificato!), come indicato in Figura. Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} . Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$\sigma_x = -34,641$ (MPa); $\sigma_y = 0,000$ (MPa); $\tau_{xy} = 20,000$ (MPa);

$\sigma_1 = 9,137$ (MPa); $\sigma_2 = -43,778$ (MPa); $\tau_{\max} = 26,457$ (MPa);

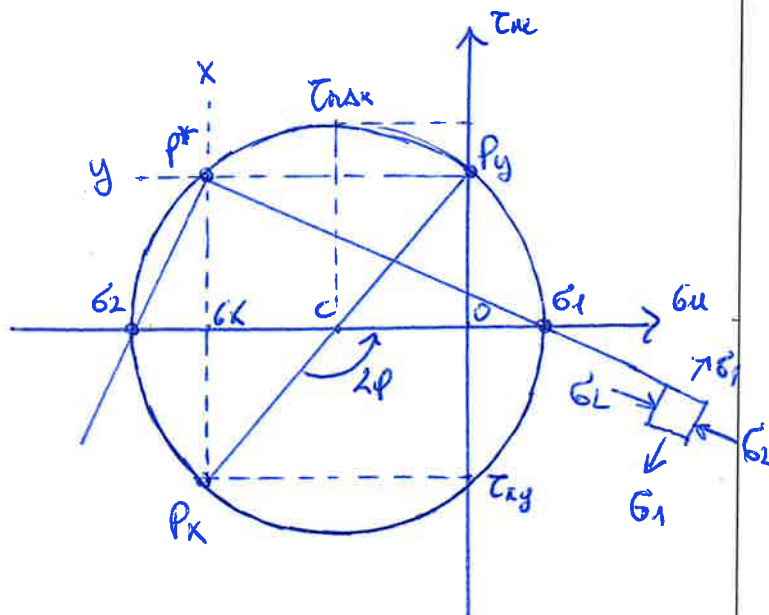
cerchio di Mohr:

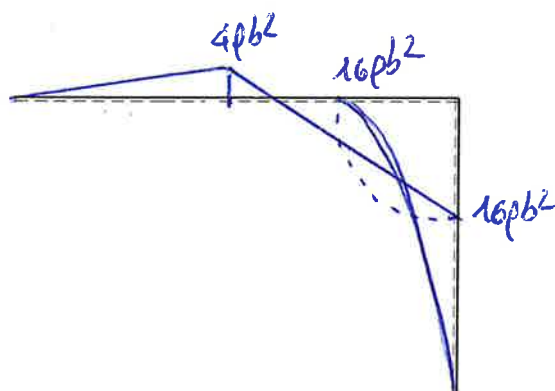
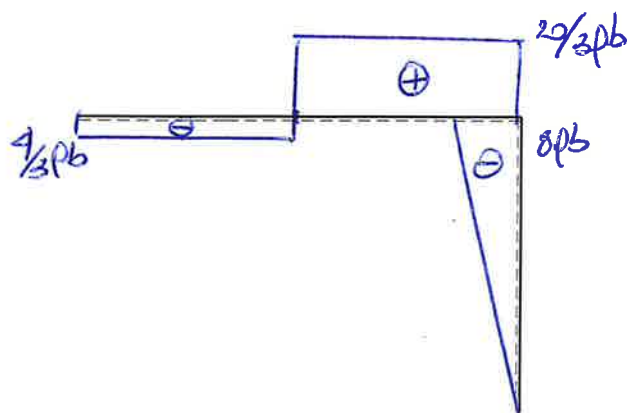
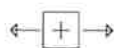
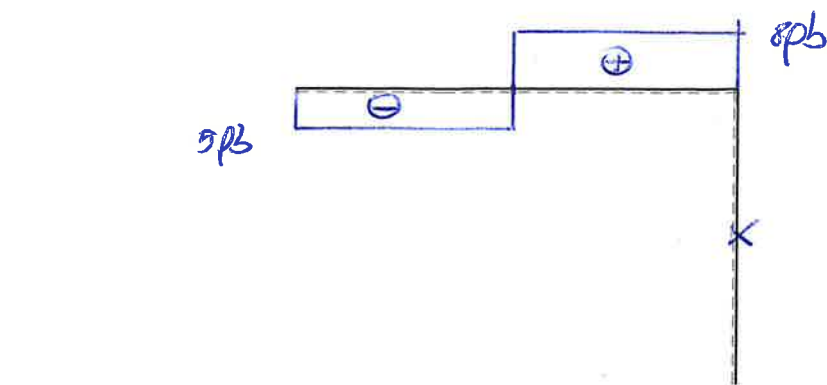


$P_x = (-34,641; -20,000)$

$P_y = (0,000; +20,000)$

$\varphi = 65,144$ (°);





$V_A(\hat{u}) = -4/3pb$	$H_B(\Rightarrow) = -13pb$	$V_B(\hat{u}) = 8pb$	$V_C(\hat{u}) = -20/3pb$	$M_B(\hat{u}, \hat{v}) = -4pb^2$
$N_{AB} = -5pb$	$T_{AB} = -4/3pb$	$M_{AB} = -4/3pb \times 1$		
$N_{BC} = 8pb$	$T_{BC} = 20/3pb$	$M_{BC} = -4pb^2 + 20/3pb \times 2$		
$N_{DC} = //$	$T_{DC} = -29 \times 3$	$M_{DC} = 9 \times 3^2$		
$\varphi_A = 29b^3/63$	(5)			